HET BILJART

David Bierens de Haan







HET BILJART

DOOR

DR. D. BIERENS DE HAAN



TE LEIDEN, BIJ A. W. SIJTHOFF

Overgenomen uit het ALBUM DER NATUUR 1858;
door den schrijver herzien en verbeterd.



Het toepassen van de grootsche wetten der natuur tot nut der menschheid is de opgave dezer eeuw: niet minder belangrijk is die toepassing tot ons gemak en ons genoegen. Onze spelen komen te rade bij de kansrekening en bij de leer der combinatiën, bij de meetkunde van ligging of bij de leer der beweging: maar juist daardoor ook, zooals genoeg bekend is, hebben zij die wetenschappen zelve doen ontwikkelen. Zoo is het knikkeren, het kolfen het biljartspel op de leer der botsing gegrond, en wel het laatste onder de meest gunstige omstandigheden; bij eene beschouwing daarvan zullen wij natuurverschijnselen, die anders vrij samengesteld zijn in hunnen oorsprong, zich zien ontwikkelen in ons bekende vormen. De oorzaken van den verschillenden loop der ballen na te gaan, zoowel als de leer der wrijving en der botsing op dien loop toe te passen, en deze uitkomsten aan de ondervinding te toetsen, — ziedaar een onderwerp, dat zeker niet van belang ontbloot is, en dat belangrijke uitkomsten kan opleveren, ook zonder in hoogere wetenschappelijke bespiegelingen te vervallen.

Het is niet noodig, eene lofrede op het biljartspel te houden: alleen zij opgemerkt, dat het geacht wordt voor het lichaam eene even nuttige en edele uitspanning en inspanning te zijn, als het schaakspel voor den geest; vandaar dat beide tot de edele spelen worden gerekend. Het

biljartspel, naar het schijnt ongeveer drie eeuwen oud, is vooral van aard veranderd, sedert Mingaud den top der keu met een stukje leder of kurk voorzag, en daardoor den excentrischen stoot invoerde, waardoor alleen het mogelijk werd, aan den bal die bijzondere bewegingen mede te deelen, welke aan dit spel juist het eigenaardige belang bijzetten. En het is dan ook eerst door deze verbetering, dat de beschouwing van het biljartspel van meer bijzonder wetenschappelijk belang is geworden, door den speler in de gelegenheid te stellen, de bewegingen aan den bal mede te deelen, die de theorie aangeeft, en omgekeerd, weder verschijnselen in het leven te roepen, die door de natuurkundigen moeten worden uitgelegd. Deze theorie zelve behoort echter mede tot de meest ingewikkelde en samengestelde in de leer der beweging; en op die wijze kan zij hier niet worden behandeld. Ik stel mij hier slechts voor, hare uitkomsten zoo duidelijk en eenvoudig mogelijk af te leiden, en de oorzaken der verschijnselen steeds te doen inzien. Daartoe zal het een en ander over de botsing tusschen twee lichamen moeten voorafgaan.

Laat ons eerst stilstaan bij den schok van twee nietveerkrachtige lichamen, en ons dan tot volkomen en nietvolkomen veerkrachtige bepalen. Men kan zich hier het eene lichaam, dat geschokt wordt, steeds in rust denken, zoo als dit bij het biljart altijd het geval is; en daardoor worden de uitkomsten iets eenvoudiger.

Uit de ondervinding zoowel als door opzettelijke proefneming is het bekend, dat de snelheid van eenig voortbewogen lichaam toeneemt met de kracht, die het voortdreef; en omgekeerd de snelheid kleiner wordt, wanneer met dezelfde kracht een zwaarder lichaam wordt voortgestuwd; en dit wel in dezelfde verhouding; zoodat de snel-

heid en het gewicht van het voortgedreven lichaam, te zamen vermenigvuldigd, eene maat van de kracht aangeven, die men hoeveelheid van beweging pleegt te noemen. Zoo wordt de kracht, vereischt om b. v. aan 2 ℔ eene snelheid 15 te geven, door $2 \times 15 = 30$, en die, welke 5 ℔ met eene snelheid 6 doet bewegen, door $5 \times 6 = 30$ voorgesteld; beide krachten zijn dus gelijk, dat is, men heeft dezelfde kracht noodig, om 2 ℔ met eene snelheid 15, als om 5 ℔ met eene snelheid 6 voort te stuwen.

Wanneer nu in ons geval een lichaam A (van a ℔) in rust is en door een lichaam B (van b ℔) geschokt wordt, dat met zekere snelheid s aankomt: zoo zullen beide lichamen, die hier vooreerst niet-veerkrachtig worden ondersteld, te zamen met eene zekere snelheid voortgaan. De kracht, die het lichaam B bewoog, wordt naar het bovenstaande voorgesteld door bs, en diezelfde kracht moet nu de twee lichamen A en B, te zamen wegende $(a + b)$ ℔ voortbewegen. Dit gezamenlijke gewicht $(a + b)$ op de kracht bs deelende, komt er voor de gezamenlijke snelheid na den schok $\frac{bs}{a + b}$. Het lichaam A, dat in rust was, heeft dus de snelheid $\frac{bs}{a + b}$ gewonnen: het lichaam B daarentegen, dat s snelheid bezat, en nu slechts $\frac{bs}{a + b}$ snelheid overhoudt, heeft dus de snelheid $\frac{as}{a + b}$ verloren. Gaat men na, hoe eigenlijk dit overdragen van snelheid, om het zoo eens te noemen, bij niet-veerkrachtige lichamen geschiedt, dan ziet men in, dat bij den schok het bewegende lichaam B door het lichaam A iets moet

worden ingedrukt; deze indrukking zal steeds afnemen, en juist dan ophouden, wanneer de snelheid van beide lichamen gelijk geworden is. Omdat dan de indrukking heeft opgehouden, en de lichamen niet-veerkrachtig zijn ondersteld, zoo blijven zij geheel in den toestand, waarin zij op dat oogenblik verkeerden, en beginnen hunne gezamenlijke beweging. Al die verschillende toestanden zullen elkander ongetwijfeld zeer snel opvolgen, maar er zal toch een zekere tijd toe noodig wezen: hoe groot of klein deze tijd ook zij, is echter onverschillig voor de uitkomst.

Maar zijn nu de lichamen volkomen veerkrachtig, dat is, hebben zij de eigenschap om na verandering van gedaante den oorspronkelijken vorm weder aan te nemen, zoodra de storende invloed ophoudt; dan wordt het verschijnsel van anderen aard. Alles toch zal bij het indrukken van het bewegende lichaam hetzelfde blijven, tot op het oogenblik, dat de snelheden gelijk zijn geworden: maar nu zijn de lichamen met betrekking tot elkander niet in rust gekomen, zooals straks de niet-veerkrachtige. Integendeel verkrijgen zij eerst nu de vrijheid om te trachten hunnen oorspronkelijken vorm wederom aan te nemen, en dit wel te meer, naarmate reeds de snelheid van het geschokte lichaam toeneemt en die van het bewegende lichaam afneemt. Er zal dus hier, bij volkomen veerkracht, na het gelijkworden der snelheden, juist hetzelfde, maar in omgekeerde orde, plaats hebben, wat er bij het begin van den schok gebeurde tot op het oogenblik, dat de lichamen gelijke snelheid verkregen. Dientengevolge zal dus ook het eerste lichaam eene dubbele winst, het tweede een dubbel verlies in snelheid ondervinden; dat is: het eerste, dat in rust was, verkrijgt na den schok eene snelheid $\frac{2\,bs}{a \times b}$, het tweede lichaam, dat

eene snelheid s had, heeft nu $\frac{2\,as}{a \times b}$ verloren en dus slechts $\frac{b - a}{a + b}\,s$ snelheid behouden.

Bij niet-volkomen veerkrachtige lichamen zal het tweede gedeelte van het verschijnsel ook wel plaats vinden, maar in mindere sterkte dan het eerste; stel b. v. p maal (waar p in vele gevallen b. v. $\frac{1}{2}$ kan zijn). Alsdan is de snelheid van het eerste lichaam na den schok $\frac{(1 + p)\,bs}{a + b}$ en het verlies in snelheid bij het tweede $\frac{(1 \times p)\,as}{a + b}$; dus beide minder dan in het geval van volkomen veerkracht. Bij volstrekt gemis aan veerkracht wordt p gelijk nul, en zouden de eerst gevonden uitkomsten voor niet-veerkrachtige lichamen weder voor den dag komen.

Het bovenstaande is genoegzaam tot het recht begrip van hetgeen er bij het biljart plaats grijpt. Vooreerst toch is in den regel de keu of stok, waarmede men stoot, driemaal zoo zwaar als een bal; neemt men dus het gewicht van een bal voor de eenheid ($= 1$), zoo is de keu 3. Nu is de keu, al is zij van een goede kurken of lederen punt, de pommerance, voorzien, niet volkomen veerkrachtig; en proeven dienaangaande hebben aangetoond, dat hier $p = \frac{11}{15}$ is. Stoot dus de keu in horizontale richting — zooals wij immer zullen onderstellen, behoudens wanneer het tegendeel uitdrukkelijk wordt aangegeven, — tegen een bal, die stil ligt, zoo verkrijgt deze eene snelheid $\left(1 + \frac{11}{15}\right)\frac{3}{3 + 1} = \frac{13}{10}$ van

de snelheid der keu. Men maakt uit de formule gereedelijk op, dat eene zwaardere keu (waarbij *b* grooter is) ook eene grootere snelheid zal mededeelen, terwijl die bij eene lichtere keu kleiner wordt: er zijn echter andere omstandigheden, later te beschouwen, die eene keu van de zwaarte van drie ballen voor het gebruik meest geschikt maken.

Stoot echter de eene bal tegen den anderen, en wel in de richting, die hunne middelpunten vereenigt, — dus bij een zoogenaamden centralen stoot, — zoo zijn hier de gewichten der ballen gelijk; en daar zelfs bij goede ivoren ballen de veerkracht niet volkomen kan ondersteld worden (hier is $p = \frac{94}{100}$), zoo verkrijgt de bal, die gestooten wordt, en dien wij den speelbal noemen, 0.97 van de snelheid van den stootenden bal, den handbal; terwijl deze nog 0,03 van zijne snelheid behoudt. Waren zij volkomen veerkrachtig, dan zou de speelbal alle snelheid overnemen en de handbal in volstrekte rust geraken.

Wanneer men den handbal loodrecht tegen een der zijwanden van het biljart, den band, speelt, dan bevindt men, dat deze niet volkomen veerkrachtig is: uit proefneming blijkt nu, dat hier $p = \frac{11}{20}$ is. Maar eene andere vraag is hier, hoeveel is het gewicht van dien band? Deze is een lichaam, dat vast staat, en dus geene voortgaande beweging kan verkrijgen door den schok van den bal. Bijna hetzelfde zou het geval zijn, wanneer een geschokte bal oneindig zwaar was; dat is zóo zwaar, dat het gewicht van den stootenden bal daarbij niet in aanmerking zoude komen; dat er dus tusschen het gewicht van

dien bal vóor den schok en het gewicht bij den schok, als de stootende bal daarbij te rekenen is, betrekkelijk weinig of geen verschil bestaan; of dat $\frac{a}{a+b}$ nagenoeg gelijk éen zoude zijn. Wanneer dus, zooals hier, de band volstrekt geene snelheid verkrijgt, dus $\frac{b}{a+b}$ juist nul is, alsdan is ook $\frac{a}{a+b} = 1 - \frac{b}{a+b}$ juist gelijk aan de eenheid. De stootende bal verliest dus juist $(1 + p)$ maal zijne oorspronkelijke snelheid. Waren de band en de bal beide volkomen veerkrachtig, zoo verloor de bal tweemaal zijne snelheid (voor $p = 1$), dat is, hij kreeg zijne oorspronkelijke snelheid terug, maar in tegengestelde richting; nu echter bij het biljart de band niet volkomen veerkrachtig en p hier slechts $= \frac{11}{20}$ is, zoo verliest de bal $1\frac{11}{20}$ van zijne oorspronkelijke snelheid; dat is, hij verkrijgt slechts $\frac{11}{20}$ van zijne oorspronkelijke snelheid, en wel in tegengestelde richting.

Uit het overwogene is nu gemakkelijk op te maken, wat er gebeuren moet, wanneer de richting van den stoot tusschen twee ballen niet met de verbindingslijn der middelpunten overeenkomt, of de richting van den stoot op den band niet loodrecht daarop staat. Hiertoe behoeft men het bekende beginsel uit de leer van evenwicht, het parallelogram der krachten; waaruit men leert, dat eene kracht, werkende volgens de diagonaal van een parallelogram, volkomen dezelfde uitwerking heeft als twee krachten te zamen, die elk volgens eene der twee zijden van het parallelogram werken, welke hetzelfde hoekpunt

met de diagonaal gemeen hebben; wanneer slechts alle drie krachten in denzelfden zin werken en de lengte der genoemde lijnen zelve hare maat voorstelt. Men zegt dan, dat de kracht volgens de diagonaal ontbonden is in de beide krachten volgens de zijden: en omgekeerd, dat beide laatste krachten zijn samengesteld tot de kracht volgens de diagonaal, hare resultante: en dit alles zoowel in richting als in grootte.

Raakt dus de handbal den speelbal in eene richting AH′, (Fig. 1), schuin staande op de verbindingslijn der

Fig. 1.

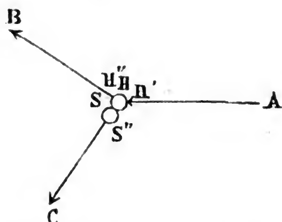
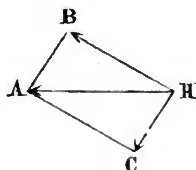


Fig. 2.



middelpunten HS (bij een zoogenaamden schuinen stoot); zoo kan men voor de snelheid van den handbal of liever voor de kracht HA (Fig. 2), die daarvan als oorzaak wordt aangenomen, twee andere krachten, HB en HC, in de plaats stellen; waarvan de eene HC gericht is volgens die verbindingslijn, de andere HB volgens de richting eener lijn, die de beide ballen in hun raakpunt aanraakt. De laatste kracht HB zal slechts teweegbrengen, dat de handbal zich in die richting na den schok voortbeweegt, en zal op den schok geen invloed uitoefenen. Anders is het met de eerste kracht HC, die eigenlijk al-

leen den schok teweegbrengt: op deze blijft het vroeger gezegde volkomen toepasselijk. Nemen wij voortaan, daar wij ons toch met benaderde uitkomsten hier moeten tevreden stellen, de ballen als volkomen veerkrachtig aan, dan verliest de handbal alle snelheid volgens de richting der lijn, die de middelpunten vereenigt, en deze snelheid gaat geheel op den speelbal over. Na den schok dus verkrijgen de speelbal en de handbal bewegingen, waarvan snelheid en richting (Fig. 1) worden voorgesteld door de ontbondenen van de kracht AH′ van den handbal in de richting van de verbindingslijn der middelpunten (S″C), en in eene richting loodrecht daarop (H″B); want de laatste lijn, de gemeenschappelijke raaklijn aan beide cirkels, staat loodrecht op de eerste.

Fig. 3.

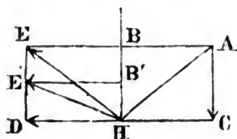
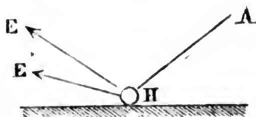


Fig. 4.



Wanneer de handbal een band volgens eene schuine richting raakt, is het verschijnsel weder eenigszins anders. Men ontbinde (Fig. 4) wederom de snelheid van den bal AH in twee richtingen, de eene AB in de richting van den band, de andere AC loodrecht op die richting; de eerste doet niets tot den schok, die alleen ten gevolge van de tweede ontstaat. Was nu de band volkomen veerkrachtig, dan zoude die loodrechte snelheid na den schok slechts van richting veranderen; en wanneer men nu deze nieuwe snelheid AB met de onveranderlijk gebleven snelheid HD, even groot en in dezelfde richting als AB, in de

richting van den band zamenstelt tot eene enkele, verkrijgt men eene nieuwe kracht HE, juist gelijk aan de oude AH, en die met den band een even grooten hoek maakt, maar in tegengestelden zin. Daaruit volgt, dat ook de hoeken, die AH en HE met de loodlijn HB maken, namelijk de hoeken AHB en BHE, gelijk zijn. En dit is de zoo bekende natuurwet, die bij de theorie van geluid, warmte en licht steeds hare toepassing vindt: de hoek van inval ($\angle$ AHB) is gelijk aan den hoek van terugkaatsing ($\angle$ EHB). In ons geval evenwel, waar de band niet volkomen veerkrachtig en p dus niet gelijk 1, maar $= \frac{11}{20}$ is, wordt de snelheid, loodrecht op den band na den stoot, HB′ slechts $\frac{11}{20}$ van de oorspronkelijke AC en in tegengestelde richting; deze weder met de onveranderde snelheid HD langs den band samenstellende, wordt de nieuwe snelheid na den stoot HE′ kleiner, en maakt zij een kleineren hoek met den band, of een grooteren hoek met de loodlijn HB, dan volgens de gemelde wet met HE zoude plaats grijpen.

En hiermede zouden alle voorkomende gevallen beschouwd en de theorie van het biljart zijn afgehandeld, ware het niet, dat wij tot nog toe eene zeer belangrijke storing hadden verwaarloosd, die dit spel juist zoo belangrijk, maar ook zoo leerzaam maakt: zooveel mogelijk zal ook deze invloed nader worden opgehelderd. Al het voorgaande geldt onvoorwaardelijk, wanneer de beweging geheel vrij ware: maar dat is zij niet. Eensdeels de tegenstand der lucht, ten andere die van het vlak, waarover de ballen zich bewegen, oefenen invloed op die

beweging uit. De snelheden echter, die wij door het stooten met de keu mededeelen, zijn veel te gering, dan dat de invloed van den tegenstand der lucht hier merkbaar zoude worden: gerustelijk mag men dien derhalve verwaarloozen. Anders is het met den tegenstand, door de beweging op het vlak geboren. Was dit vlak volkomen plat, en was de bal volkomen rond, dan zoude die tegenstand verdwijnen: maar nu is elk vlak met meer of minder groote hobbeligheden voorzien, naarmate wij het ruw of glad noemen. Bij het laken op het biljart is dit ontegenzeggelijk het geval: maar evenzeer bij den ivoren bal, hoe zuiver ook gedraaid, hoe glad ook gepolijst. Wanneer men bijv. een microscoop gebruikte, dat genoegzaam vergrootte, zoude men bij het punt, waar de bal op de tafel rust, de beide oppervlakken ongeveer in een toestand vinden, als hier is aangegeven in Fig. 5.

Fig. 5.



Het vlak van de tafel heeft diepten, waarin de verhevenheden van den bal, onvolkomen echter, komen te rusten. Beweegt zich nu de bal vooruit op de tafel, zoo is er eene zekere kracht noodig, om die verhevenheden van den bal als het ware uit de diepten op te tillen en over de hoogten heen te trekken; tracht de bal te rollen, dan heeft iets dergelijks plaats. Men kan zich van deze tegenstanden en hunne betrekkelijke grootte een denkbeeld maken door op eene niet al te gladde oppervlakte, die volmaakt waterpas is, twee lichamen te leggen, een bal b. v. en een plankje, waarvan de eerste slechts een punt, het tweede een vlak met de genoemde oppervlakte gemeen heeft. Tilt men deze oppervlakte nu voorzichtig en langzaam aan de eene zijde in de hoogte, dan zal, bij eene

zekere helling, de bal, en eerst bij meerdere optilling ook het plankje aan het glijden gaan. De hoogte, waartoe men de oppervlakte moet optillen, zal minder zijn, naarmate deze gladder is. De oorzaak van deze verschijnselen is nu niets anders dan de straks verklaarde tegenstand, en deze heet w r ij v i n g.

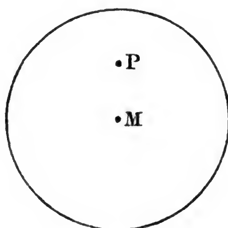
Passen wij dit op ons biljart toe, dan ziet men, dat b. v. bij eene tafel van zuiver geslepen glas, die tegenstand niet zoo groot zoude wezen, als nu die tafels met fijn laken zijn bekleed: daardoor wordt de beweging der ballen veel sterker belemmerd. Dit is echter geene fout: integendeel, eerst op die wijze kan men de dikwerf verrassende bewegingen verkrijgen, die een geoefend speler aan zijn bal weet mede te deelen, en waarvan wij nu in de volgende beschouwing de verklaring zullen vinden.

Wrijving is, zooals werd opgemerkt, in het algemeen de tegenstand, die bij de beweging van eenig lichaam over een ander wordt voortgebracht. Is de beweging niet alleen eene voortgaande, maar ook eene draaiende, zoo is de wrijving van tweeërlei aard: vooreerst die, welke door de schuring van het voortgaande, voortschuivende lichaam ontstaat, de s l e e p e n d e wrijving: ten andere die, welke door het rollen, het ronddraaien ontstaat, de r o l l e n d e wrijving. Bij het biljart komt deze laatste niet in aanmerking, wel de eerste; en voorloopig kan reeds worden opgemerkt, dat zij niet gering is: dit volgt toch reeds daaruit, dat een bal met weinig snelheid deze al zeer spoedig verliest, alleen ten gevolge natuurlijk van die wrijving. Wordt nu een bal voortbewogen, dan zal de uitwerking van de wrijving wezen, om de vooruitgaande beweging van het onderste punt, dat wij het s t e u n p u n t van den bal zullen noemen, te verhinderen. Bestond de bal enkel uit losse stofdeelen, dan zouden de hooger gelegen stof-

deelen blijven voortgaan, en het stofdeel in het steunpunt telkens blijven liggen. Dit is echter niet zóo: de stof van den bal wordt door de cohaesie te zamen gehouden; de hooger gelegen deelen trachten desniettemin vooruit te gaan, terwijl het steunpunt oogenblikkelijk wordt opgehouden; en ziedaar, de bal begint zich te wentelen. De invloed van de wrijving is dus, eene ronddraaiende beweging aan den bal te g e v e n. Maar alle punten van den bal bewegen zich daarbij niet even snel. Alleen het steunpunt is tijdelijk in rust, en van daar langs de middellijn opklimmende tot aan het tegenovergestelde punt van den bal, het b o v e n p u n t, heeft ieder punt eene grootere beweging: dit ontstaat niet door den oorspronkelijken stoot, dien wij vooralsnog een centralen onderstellen, — daardoor zouden alle punten van die middellijn zich even snel moeten bewegen, — het is een gevolg van de wrijving. Stelt men zich ieder punt van den bal op zich zelf voor, dan zijn er eenige, die zich nu niet zoo snel kunnen bewegen, als zij alleen ten gevolge van den stoot zouden doen; ja er zijn er, die nu eene juist tegengestelde beweging verkrijgen; — andere punten zijn er daarentegen, waarvan de snelheid der beweging grooter is geworden. Men kan het zich dus voorstellen, alsof de eerste als het ware worden opgehouden in hunne beweging, de laatste daarentegen nog worden voortgestuwd. Het is nu wel te vermoeden, dat er toch één of meer punten zullen te vinden zijn, die zich bij deze samengestelde beweging geheel vrijelijk zullen bewegen, dat is, die noch opgehouden noch voortgestuwd worden, maar hunne eigene beweging behouden. En de theorie bevestigt dit, als zij ons leert, hoe het eenige punt, waarvan de beweging niet gestoord wordt, — en dat s l i n g e r p u n t, m i d d e l p u n t v a n p e r c u s s i e wordt genoemd, naar andere samenhangende

eigenschappen, die dit punt bezit, — hoe dit punt voor elken bijzonderen vorm van het draaiende lichaam eene bepaalde plaats verkrijgt. Bij een gelijkslachtigen of homogenen bal, dat is zulk een, waarvan de stof overal dezelfde en even dicht is, ligt dit punt op de middellijn, die door het steunpunt gaat, en wel op een afstand boven het middelpunt, gelijk aan twee vijfde deelen van den straal (het punt P, Fig. 6), en dit punt zal dus juist, als het ware, de gemiddelde snelheid bezitten, die de wrijving zoowel als de toegebragte stoot moeten teweegbrengen.

Fig. 6.



Keeren wij, na deze noodzakelijke uitweiding, tot het biljart terug. Wordt de bal zoodanig voortgestooten, dat daardoor op zich zelf geene draaiing zoude ontstaan, — en dat is het geval bij een centralen stoot, dat is zulk een, waarbij de richting van den schok door het middelpunt gaat, — dan heeft de wrijving eene draaiing ten gevolge, en verandert daardoor de snelheid van het slingerpunt, totdat er geene enkel voortstuwende kracht meer is overgebleven, maar deze geheel door de wrijving is overwonnen; maar dan is er ook tevens geene wrijving meer, en de bal rolt, zooals men pleegt te zeggen: hij is in zijn eindtoestand overgegaan. De uitwerking der wrijving kan derhalve slechts invloed hebben, voordat de bal in dien eindtoestand overgaat; en dit geldt niet alleen bij dezen bepaalden stoot, maar bij alle stooten in het algemeen. Men kan toch door middel van de keu, die met eene pommerance voorzien is,

den stoot nog anders aanbrengen dan juist door het middelpunt, en daarboven of daaronder, of ook nog daarnaast stooten. Die laatste stooten zullen wij nu voor het oogenblik achterwege laten, en eerst de uitwerking dier stooten beschouwen, waarbij de richting van den stoot in een vlak ligt, dat door het middelpunt van den bal gaande loodrecht staat op het vlak van de tafel, zooals de oppervlakte pleegt genoemd te worden, waarover de bal zich moet bewegen.

Vooreerst kan de stoot zóo gericht zijn, dat hij door het slingerpunt gaat; alsdan zal er, naar het gezegde, volstrekt geene wrijving plaats hebben, maar de bal dadelijk zijn eindtoestand bereiken, en blijven voortrollen. De stoot zoude ook boven het slingerpunt aangebracht kunnen worden, en dan zoude de werking van de wrijving worden versterkt; maar praktisch is dit van weinig nut, dewijl het zeer moeilijk is, den bal aldaar zuiver te raken, zonder, zooals men zegt, fausse queue te maken, dat is zóo te stooten, dat de keu zijdelings afglijdt. Daarbij wordt dan, behalve de mededeeling der beweging door den stoot zelven, nog eene wrijving of schuring van de keu op den bal teweeggebracht, die den loop van den bal ten eenenmale verstoort, zoodat er alsdan eene geheel andere beweging aan den bal wordt medegedeeld, dan bedoeld werd: deze heeft tevens het nadeel van volstrekt niet bepaald of berekend te kunnen worden, en komt dus verder niet in aanmerking. — Maar eerder kan de stoot onder het slingerpunt plaats vinden: alsdan ontstaat er, behalve de voortgaande beweging, nog eene draaiende, en nu wel in eene richting, tegengesteld aan die, welke ten gevolge der wrijving wordt geboren. Naarmate men lager raakt, wordt deze draaiing sterker: van het lager stoo-

ten zoowel als van de kracht van den stoot hangt het nu af, of die draaiing sterker of zwakker zal zijn dan die, waarvan de wrijving de oorzaak is. Is zij zwakker, dan dient het overschot, om den bal door de wrijving te laten draaien: maar is zij integendeel sterker, dan zal het verschil moeten teweegbrengen, dat de bal ronddraait juist in tegengestelden zin van zijne gewone omwenteling. Zulk een stoot, — waarbij echter het lager, zwakker stooten gewoonlijk de voorkeur verdient boven het minder laag, maar sterker stooten, — heet pommeranceeren. Nu is het duidelijk, dat de wrijving gedurig blijft werken, zoolang er beweging is; terwijl deze tegengestelde omwenteling het gevolg is van een slechts oogenblikkelijken stoot: de wrijving zal deze werking dus langzamerhand overwinnen, totdat hare eigene werking alleen overblijft. Wanneer men dus den bal in dien toestand van draaiing brengt, waarbij deze tegengesteld is aan de gewone richting, dan volgen de verschijnselen zich aldus op.

Eerst heeft de bal deze rotatie in tegengestelden zin, die wij dus negatieve rotatie zullen noemen. Door de wrijving wordt zij allengs verminderd, totdat zij nul wordt, en de bal alleen, zonder om te wentelen, over de tafel heenschuift: dit duurt slechts een enkel oogenblik. Vervolgens doet de wrijving den bal in den gewonen zin ronddraaien (dat wij dan positieve rotatie noemen), totdat die wrijving al minder en minder werkt, en eindelijk de bal in zijn eindtoestand overgaat en begint te rollen. De bal verkeert dus achtereenvolgens in vier geheel verschillende toestanden, die elkander evenwel vrij snel opvolgen, terwijl de laatste, de eindtoestand, in den regel verreweg het langste duurt.

En verschillend zullen dus ook de verschijnselen moeten zijn, naarmate de handbal òf tegen den speelbal òf

tegen den band schokt, terwijl hij zich oogenblikkelijk in een dier toestanden bevindt.

Is dan vooreerst de stoot van den handbal op den speelbal in de richting, die hunne middelpunten vereenigt, dan zal de speelbal altijd worden vooruitgestooten in diezelfde richting, met eene snelheid, die slechts afhangt van de snelheid van den handbal op het oogenblik van den schok, geenszins van den toestand, waarin deze dan verkeert. Die handbal daarentegen zal na den schok eene beweging aannemen, die van zijn toestand op dat oogenblik afhangt: hij zal na de botsing teruglooopen, blijven liggen, of met den speelbal mede vooruitloopen, naarmate hij vóor de botsing eene negatieve draaiing bezat, of alleen gleed zonder omwenteling, of in een positieven zin draaide. Het laatste is uit zich zelf duidelijk. Als de bal slechts glijdt op het oogenblik van den schok, zonder om te wentelen, is hij in het geval, dat wij reeds vroeger beschouwden, toen de wrijving nog niet in aanmerking genomen werd: de bal moet dus hier, evenals dáar, na de botsing stil blijven liggen, althans bij volkomen veerkrachtige ballen. Heeft eindelijk de bal op het oogenblik van den schok eene negatieve rotatie, zoo zal door de botsing de werking van de wrijving worden opgeheven en slechts die negatieve ronddraaiing overblijven, die aan den stoot van de keu verschuldigd is, voor zooverre zij althans nog bestaat: en nu moet ten gevolge dier negatieve draaiing de bal natuurlijk terugrollen. Hieruit volgt tevens, dat de botsing de voortgaande snelheid aan den handbal ontneemt, en deze dus slechts de bijkomende draaiing overhoudt, zoodat het op de richting dier omwenteling slechts aankomt; dat is, dat de bal na de botsing in zijn eindtoestand gekomen is, bij welken toestand die botsing ook moge plaats gehad hebben.

Beschouwt men nu vervolgens den schok van den handbal tegen den band, dan ziet men naar het voorgaande gemakkelijk, dat de bal zal blijven liggen, wanneer hij tijdens den schok juist in een toestand van glijding verkeert. Is dit niet het geval, dan moet de bal terugkeeren, hetzij hij positief of negatief ronddraaide, en daarbij zal er slechts onderscheid bestaan in de snelheid, die de bal na den schok bezit, terwijl de toestand, waarin hij verkeert, steeds weder zijn eindtoestand is.

Op dezelfde wijze verklaren zich de verschijnselen zeer gemakkelijk, die er bij een schuinschen stoot zich voordoen; dat is, wanneer bij de botsing tusschen hand- en speelbal, die wij wederom het eerst zullen nagaan, de richting van den stoot niet overeenkomt met de verbindingslijn der middelpunten. Men heeft daarbij slechts op te merken, dat de schok invloed uitoefent op de voortgaande beweging, maar daarentegen de draaiing zelve in geenen deele verstoort; zoodat die draaiende beweging op zich zelve voor en na den schok dezelfde is gebleven. Maar hier, bij den schuinschen stoot, blijft er, — zooals wij straks gezien hebben, voordat de wrijving in aanmerking kwam, — nog voortgaande beweging over, en wel in de richting van de gemeenschappelijke raaklijn aan beide ballen. Deze beweging, in zooverre zij het gevolg is van den oorspronkelijken stoot der keu, is dus gelijkmatig, daar deze stoot slechts oogenblikkelijk werkte: niet alzoo de beweging, die ten gevolge der wrijving ontstaat; deze is eene kracht, die gedurig werkt: en de beweging is dus niet meer gelijkmatig, maar versneld. Zoodra nu beide deze krachten niet meer in dezelfde richting werken, en dit is hier het geval geworden, houdt de rechtlijnige beweging op, en de bal beweegt zich langs een kromme lijn,

en wel onder de omstandigheden, die hier in aanmerking komen, in eene parabool. Deze omstandigheden komen in vele opzichten overeen met die, welke bij de beweging van een in de schuinte opgeworpen lichaam, van een bom b. v., te onderscheiden zijn. Deze zoude ten gevolge der voortwerpende kracht van de mortier (of van de lading daarvan, als men liever wil), wel eene rechte lijn beschrijven, maar door de gedurige werking der zwaartekracht wordt de bom telkens van hare richting afgetrokken: zij verkrijgt daardoor eene kromlijnige, en wel eene parabolische beweging, zooals uit de leer der beweging bekend is. Hier, in ons geval, treedt de wrijving in de plaats van de zwaartekracht en de keu vervangt de mortier. De uitkomsten moeten dus dezelfde zijn, en de beweging van den bal na den schok is kromlijnig geworden; en wij hebben thans eene groote schrede gedaan tot de verklaring der zoo bijzondere uitwerking van een bal op het biljart. Passen wij nu het gezegde toe op den schuinschen stoot tegen den speelbal, en onderscheiden wij daarbij de bijzondere gevallen, dat de handbal in een der vroeger beschouwde toestanden verkeert [1]).

Was de handbal op het oogenblik van den schok in

[1]) In de volgende figuren is behalve de richting, die de ballen moeten doorloopen, in eene tweede figuur aangegeven, hoe de stoot moet gegeven worden, om die uitkomsten teweeg te brengen. Zoo is b. v. in de volgende figuur eene doorsnede van den bal geteekend, loodrecht op de tafel en tevens loodrecht op de richting van den stoot. Om den bal nu volgens H 2 te doen loopen, moet men hem zeer hoog raken, volgens den stoot 2 in die tweede figuur. Wil men den bal daarentegen de kromme H 3 doen beschrijven, zoo is een zeer lage stoot, in de tweede figuur door 3 aangeduid, noodzakelijk. In het algemeen zijn in de eerste figuur de richtingen en in de tweede de daartoe behoorende stooten met dezelfde nummers voorzien.

den toestand van enkele wrijving zonder draaiing, dan blijft de uitkomst dezelfde, alsof er geene wrijving ware, en die wij vroeger hebben nagegaan; alsdan toch werkt de wrijving niet storend, en er ontstaat door haar geene rotatie, die de bal van de rechte lijn zoude doen afwijken. De handbal beweegt zich (Fig. 7) volgens de lijnH 1, in juist dezelfde richting als in Fig. 1 het geval was, toen de wrijving nog niet in aanmerking werd genomen. Bij de overige toestanden heeft de wrijving als het ware niet uitgewerkt, en veroorzaakt dus, na den schok, eene kromlijnige beweging. Is de draaiing positief, die door den

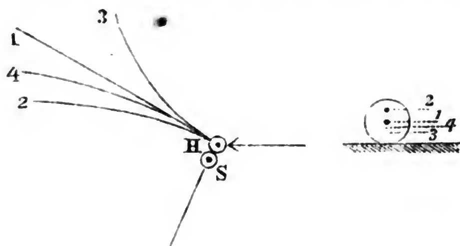


Fig. 7.

stoot is medegedeeld, dat is, wordt de uitwerking der wrijving nog versterkt, zoo zal de bal trachten zich verder te bewegen, dan zijne eigenlijke richting, de raaklijn aan beide ballen, naar zijne oorspronkelijke richting toe: de bal beschrijft dan eene parabool H 2, waarvan de bolle zijde gekeerd is naar den kant, vanwaar de bal zich voor den stoot bewoog. Bevindt de bal zich op het oogenblik van den schok in een toestand van negatieve draaiing, zoo tracht de bal zich terug te bewegen naar de richting, van waar hij gekomen is : de parabool H 3 is dan omge-

keerd gelegen, met hare holle zijde naar den kant, van waar de handbal gekomen is. Was de bal eindelijk bij den schok reeds in zijn eindtoestand, dan is de draaiing weder in denzelfden zin, als hiervoor bij glijding en positieve draaiing, maar de parabool H 4 zal veel minder sterk gekromd zijn: de reden daarvan is lichtelijk te bevroeden. Zoolang toch de bal niet in zijn eindtoestand gekomen is, wordt hij door de wrijving als het ware opgehouden; deze bestaat hier niet meer, er is slechts de draaiing overgebleven; en dus ontstaat ook hier de parabool, met hare bolle zijde naar den kant gekeerd, van waar de schok plaats greep; maar deze moet hier minder van de rechtlijnige richting afwijken, dan straks het geval was bij H 2, want het meerdere in de positieve rondwenteling, dat door het hoog raken van den bal geboren werd, ontbreekt hier.

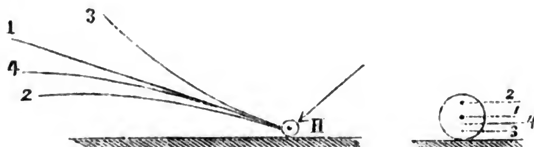


Fig. 8.

Wanneer de handbal, in plaats van tegen den speelbal te botsen, in eene schuinsche richting tegen den band wordt gespeeld, herhalen zich dezelfde verschijnselen in meerdere of mindere mate (zie Fig. 8). Verkeert de bal bij den schok slechts in een toestand van glijding, dan heeft de wrijving geen storenden invloed op de beweging van den schok, en heeft men wederom dezelfde uitkomst als in Fig 3, waar de wrijving en hare gevolgen

nog niet in aanmerking kwamen; de beweging is rechtlijnig H 1, en maakt met den band een hoek, niet zoo groot als die, waaronder de bal op den band invalt, en dat wel, zooals wij vroeger zagen, omdat de band niet volkomen veerkrachtig is. Wanneer wij nu den invloed, dien de andere toestanden van den bal bij den schok uitoefenen, vergelijken bij hetgeen hier gebeurt, zoo zien wij, dat daarbij wederom eene kromlijnige beweging moet ontstaan, omdat de wrijving nog niet heeft opgehouden te werken. Was de draaiing van den bal in eene positieve richting, zoo zal zich deze, na den schok tegen den band, meer naar dien band trachten te begeven: hij beweegt zich dus weder in eene parabool H 2, die met de holle zijde naar den band is gekeerd. Was daarentegen de omwenteling van den bal negatief op het oogenblik van den schok tegen den band, zoo tracht de bal na dien schok zich nog meer van den band te verwijderen, dan bij het geval, toen hij in een toestand van enkele glijding tegen den band stootte; de beweging geschiedt dien tengevolge in eene parabool H 3, waarvan nu de bolle zijde naar den band is gekeerd. Bezat eindelijk de bal geene wrijving, maar bevond hij zich bij den schok tegen den band reeds in zijn eindtoestand, zoo werkt na dien schok de enkele draaiiing nog in dien zin, dat zij den bal tracht vooruit te bewegen, meer dan zijne vroegere rechtlijnige beweging zoude toelaten. Er ontstaat dus alsdan ook eene parabool H 4, van dezelfde ligging als H 2, maar waarvan de kromming minder zal moeten zijn, omdat de draaiing, die hier slechts door de wrijving ontstaan is, minder sterk is dan dáar, waar zij tevens door den hoogen stoot werd voortgebracht, en dus ook hier slechts eene mindere afwijking van de rechte lijn ten gevolge kan hebben dan daar.

Bij de schuinsche stooten, hier beschouwd, moet nog worden opgemerkt, dat na den schok de bal in het algemeen nog niet in zijn eindtoestand gekomen is, zooals onder dezelfde omstandigheden het geval bleek te zijn bij rechte stooten: de reden daarvan is duidelijk, daar bij den schuinschen stoot nog rechtlijnige beweging overblijft, die bij den rechten stoot geheel werd weggenomen.

Het hier gezegde moge genoeg zijn, om de verschillende uitwerkingen te doen kennen van de stooten, die den bal raken in een vlak, door het middelpunt loodrecht op de tafel staande. Het kan hier natuurlijk de bedoeling niet wezen, om de verschillende parabolen te leeren construeeren, evenmin om te berekenen, wanneer de verschillende uitwerkingen in een of ander opzicht het sterkst of het kleinst, dat is, in meer wetenschappelijke termen, een maximum of een minimum zullen worden. Daartoe zoude men tot een stel formulen geraken, dat hier niet op zijne plaats zoude zijn. Wij willen liever eerst de volgende figuren eens bezien, die den loop van den handbal voorstellen, wanneer de schok in een verschillenden toestand plaats heeft; om daarna nog de eene en andere algemeene opmerking te doen volgen.

In Figg. 9 tot 13 is de beweging van den handbal en den speelbal voorgesteld, naarmate de stoot recht is (deze is met 0 aangeduid), of naarmate de verbindingslijn der middelpunten, waarmede de richting van den speelbal na den schok moet samenvallen, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ of $\frac{3}{4}$ van een rechten hoek met de richting van den rechten stoot maakt; dat is, naarmate die verbindingslijn gericht is volgens de rechte lijnen, die met 1, 2, 3 gemerkt, aan de linkerzijde der figuren zijn getrokken: de overeenkomstige kromme

lijnen, die dan door den handbal worden beschreven,

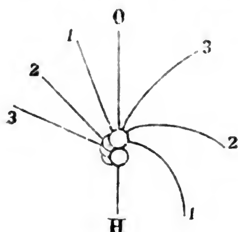


Fig. 9.

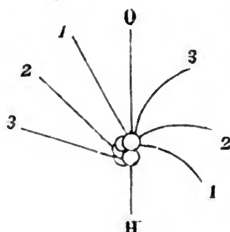


Fig. 10.

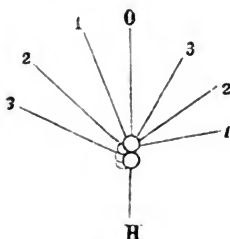


Fig. 11.

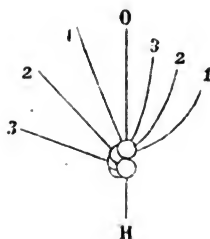
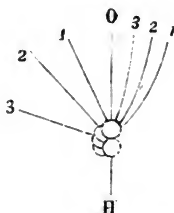


Fig. 12.



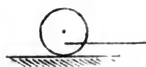


Fig. 13.

zijn met dezelfde cijfers 1, 2, 3 gemerkt, en zijn natuur-

lijk aan de rechterzijde der figuren te vinden. De handbal is laag gestooten, zooals in de bij fig. 13 gevoegde figuur is aangeduid: maar de verschillende bewegingen hangen af van den toestand, waarin de handbal op het oogenblik van den schok verkeert. In Fig. 9 is de schok geschied bijna dadelijk na den stoot, in Fig. 10 iets later; bij beide echter verkeert de bal in een toestand van negatieve draaiing: van daar, dat de bolle zijde van de parabolen naar de lijn HO is gekeerd. In Fig. 11 was de handbal in een toestand van enkele glijding: na den schok beweegt hij zich dus volgens eene rechte lijn. In Fig. 12 bezit de handbal eene positieve draaiing, en in Fig. 13 heeft hij zijn eindtoestand bereikt: van daar is in de beide laatste gevallen de holle zijde der parabolen naar de lijn HO gericht; slechts zijn de parabolen in Fig. 12 minder gekromd dan die in Fig. 13.

In Figg. 14 en 15 is de loop der ballen na den schok voorgesteld, wanneer de handbal niet meer laag, maar

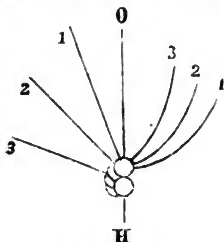


Fig. 14.

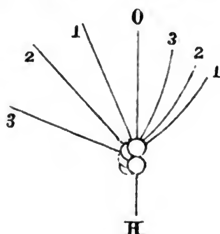


Fig. 15.



daarentegen zeer hoog gestooten is, zooals in de bijgevoegde figuur is aangegeven. Bij Fig. 14 is de bal nog niet in den eindtoestand gekomen, en behoudt de stoot zelf invloed; bij Fig. 15 is weder de eindtoestand

daar, en zijn derhalve de parabolen in dit laatste geval minder gekromd, dan straks. De kromming der parabolen is weder naar den kant gericht, die vroeger door de beschouwing werd aangewezen.

Vervolgens hebben wij hier uit de theorie, zoowel als uit de proefnemingen, een paar feiten mede te deelen, die bij de praktische toepassing van het bovenstaande kunnen te pas komen.

Wanneer men de wrijving in aanmerking neemt, die uit proefnemingen op het biljart blijkt gelijk te staan met eene kracht, die eene snelheid van $2\frac{1}{2}$ meter in eene seconde zoude mededeelen, — dient men ook de kracht te kennen, die den bal voortbeweegt, en die vroeger slechts als eenheid behoefde aangemerkt te worden, daar er steeds alleen evenredige deelen daarvan in aanmerking kwamen. Die kracht nu is uit den aard der zaak zeer verschillend, maar blijft toch binnen zekere grenzen beperkt; daar bij eene al te heftige beweging der keu het licht voorkomen kan, dat de keu en de bal elkander na het oogenblik van de botsing nog blijven aanraken, dat de bal nagestooten wordt; en dit zoude den loop van den bal weder vertragen en daarbij een storenden invloed op dien loop uitoefenen, even als wij dit bij eene fausse-queue zagen gebeuren. De sterkste stoot bij eene keu, die even zwaar is als drie ballen, wordt nu gewoonlijk berekend op 7 meters per seconde, de gewone op 5 meters, de zwakste op 1 meter in de seconde.

Bij den eersten is nu, bij een stoot tegen den band, $p = 0{,}5$: bij den laatsten $p = 0.6$: bij de gewone stooten $p = 0.55$, zooals reeds boven is opgegeven. — Bij een stoot van 7 meters door het middelpunt loopt de bal 5 meters af, eer hij zijn eindtoestand bereikt: bij een stoot

van 5 meters daarentegen, is dit reeds na $2\frac{1}{2}$ meter het geval.

De hoogste en laagste punten, waar men den bal kan raken, zonder eene fausse queue te maken, liggen op $\frac{6}{10}$ deelen van den straal, ter weerzijden van het middelpunt; men zal echter in den regel tot dien grens niet kunnen geraken. Voor eene lichtere keu, die slechts evenveel weegt als twee en een halve (in plaats van drie) ballen, heeft men voor dezen grens $\frac{7}{10}$ deelen van den straal, dus iets meer dan gewoonlijk.

Wil men, bij een stoot van gegevene kracht, den bal zoo lang mogelijk de eigenschap doen behouden, van bij een schok eene teruggaande beweging aan te nemen, zoo moet men stooten op $\frac{1}{4}$ van den straal beneden het middelpunt: dan behoudt de bal b. v. voor een gewonen stoot van 5 meters deze eigenschap gedurende $1\frac{3}{4}$ meter, voor een stoot van 7 meters echter gedurende $3\frac{1}{3}$ meter. Indien men daarentegen, bij een stoot van gegevene kracht, den eindtoestand zoo laat mogelijk wil doen ontstaan, dan stoote men op $\frac{1}{10}$ van den straal beneden het middelpunt: voor een stoot van 7 of 5 meters komt de bal alsdan na $5\frac{3}{4}$ of $2\frac{3}{4}$ meter respectievelijk eerst in zijn eindtoestand.

Bij al deze stooten, en wel te meer naarmate de stoot lager is, komt in de praktijk de oefening van den speler te pas. Bij het gezegde toch is natuurlijk ondersteld, dat er na den stoot geene aanraking of wrijving meer tusschen keu en handbal plaats hebbe, waardoor de draaiende beweging en daarmede de kracht en de loop van den bal zouden gewijzigd worden. Bij lage stooten vooral geschiedt nu deze aanraking zeer licht, indien de speler zich daarvoor niet wacht; een noodzakelijk vereischte tot het voorkomen hiervan volgt reeds uit de theorie, namelijk dat de keu

na den schok kunne terugspringen, ten minste niet zoo snel vooruitgaan als de bal; men kan dit bevorderen door de keu los in de hand te houden, en liever dadelijk na den stoot iets terug te trekken; men kan dit evenzeer tegenwerken door de keu vast in de hand te houden en den arm aan het lichaam te sluiten, zoodat dan het gewicht van den arm bij het gewicht van de keu komt, hare hoeveelheid van beweging vermeerdert, en dus de keu na den schok eerder vooruitbewogen wordt tegen den bal aan; waardoor dan de negatieve draaiing belemmerd wordt.

Als men daarentegen den bal op $\frac{2}{5}$ van den straal boven het middelpunt raakt, zoo verkrijgt deze, bij eene gegevene kracht van stooten, de eigenschap van, hetzij voor, hetzij gedurende den eindtoestand, de grootst mogelijke snelheid te bezitten: deze is dan voor een stoot van 7 meters $5\frac{9}{20}$ meter, voor een gewonen stoot van 5 meters slechts $2\frac{2}{5}$ meter. In het algemeen behoudt de bal, wanweer hij in zijn eindtoestand is aangekomen, $\frac{5}{7}$ van de snelheid, die hem oorspronkelijk is medegedeeld; en daar deze snelheid wederom $\frac{13}{10}$ van die der keu is, heeft de bal in zijn eindtoestand ongeveer de snelheid der keu; wel te verstaan, indien, zooals hier overal ondersteld wordt, de keu driemaal zoo veel weegt als de bal.

Keeren wij terug tot onze vroegere beschouwing. Tot nog toe gingen wij de beweging na van een bal, die door den horizontalen stoot der keu eene ronddraaiende beweging verkreeg in denzelfden, of in juist tegengestelden zin als de rondwenteling, die een gevolg is van de wrijving; dat is, de bal draaide om eene horizontale as, loodrecht op de richting, waarin de bal zich voortbewoog. Maar men kan evenzeer, ook bij een horizontalen stoot

der keu, den bal in eenig punt raken, dat niet valt in het loodrechte vlak, dat het middelpunt en de richting van den stoot bevat: dat is, — wanneer Fig. 16 de doorsnede van den bal voorstelt, loodrecht genomen op de richting van den stoot, — de stoot behoeft niet door een punt van de loodrechte middellijn XX′ te gaan: men kan den bal ook in eenig punt C raken. De ondervinding leert, dat alsdan bij den schok de bal, als het ware voor een enkel oogenblik slechts, één lichaam met de keu uitmaakt, en dientengevolge eene voortgaande beweging verkrijgt, juist in dezelfde richting als die der keu; althans wanneer er een gewone stoot plaats heeft, want bij eene fausse queue deelt de keu, door het afglijden langs den bal, aan dat lichaam ook eene zijdelingsche beweging mede; deze stooten behooren echter ook hier niet tot die, welke eene berekening toelaten; of waarvan de uitwerking zich laat vooruit bepalen. In de voortgaande beweging brengen dus deze stooten, de zijstooten, geene verandering, maar wel is dit het geval bij de draaiing.

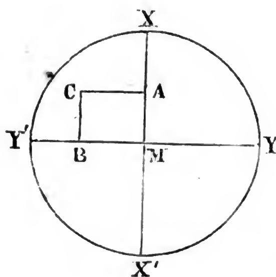


Fig. 16.

Gaat men toch na, wat er gebeurt bij het stooten van den bal in eenig punt C, buiten de loodrechte middellijn XX′; dan is het licht te begrijpen, dat daardoor eene draaiing ontstaat rondom eene as, die loodrecht staat op de lijn CM, die het geraakte punt met het middelpunt verbindt. Wanneer men zich nu uit de beginselen van de

leer der beweging herinnert, dat de draaiing rondom eene as zich evenzeer — en op dezelfde wijze als vroeger bleek het geval te zijn met twee krachten, die op een zelfde punt werkten, — laat ontbinden in twee andere draaiingen romdom gegevene assen; en dat zich altijd omgekeerd uit twee draaiingen eene enkele laat samenstellen rondom eene, door constructie of berekening te bepalen, as, — dan ziet men, dat ook hier elke draaiing kan worden ontbonden in twee andere, waarvan de eene plaats heeft rondom de horizontale as YY′, die loodrecht staat op de richting der voortgaande beweging, en die dus in denzelfden of tegengestelden zin geschiedt als de draaiing, die door de wrijving ontstaat (en dat wel naarmate C boven of onder de horizontale middellijn YY′ ligt), — terwijl de andere wenteling die middellijn van den bal tot as heeft, welke loodrecht op het vlak van de tafel staat. Eigenlijk zoude er bij die ontbinding in het algemeen nog eene derde draaiing ontstaan, en wel rondom eene horizontale middellijn als as, volgens de richting der beweging gelegen: deze kan echter wegens de wrijving slechts eene geringe uitwerking hebben, en wij zullen ze hier buiten rekening laten. Wanneer men nu de betrekkelijke snelheden van omwenteling voorstelt door de lengte der loodlijn op de as van draaiing (hetgeen uit de leer der beweging volgt), zoo laat het hier gezegde eene zeer aanschouwelijke voorstelling toe.

Men stelle daartoe, dat de richting der keu het vlak, dat loodrecht op de richting der beweging staat, in eenig punt C treffe, en vereenige dit met het middelpunt; dan is deze juist de genoemde loodlijn op de as van draaiing en kan, naar het straks gezegde, tevens als maat van de rotatie-snelheid gelden: zij stelt dus eene soort van maat van die draaiing in richting en in grootte tevens voor.

Deze MC ontbinde men, volgens het parallelogram van krachten, in twee andere MA en MB, volgens de onderling loodrechte middellijnen XX′ en YY′, waarvan de eerste verticaal, de tweede horizontaal is getrokken: dan is de verticale lijn MA de overeenkomstige maat der draaiing rondom de horizontale as YY′, waarop zij loodrecht staat; en evenzoo bepaalt de horizontale lijn MB de draaiing rondom de verticale as YY′. Bij nadere beschouwing volgt dan tevens, dat de draaiing rondom de as YY′, door MA voorgesteld, geheel dezelfde is als die, welke een stoot door A zoude teweegbrengen: terwijl op dezelfde wijze door een stoot door B eene draaiing zoude teweeg gebracht worden, die juist dezelfde is als die rondom de as XX′, welke door MB als maat wordt voorgesteld. De stoot door C heeft dus geene andere uitwerking dan twee gelijktijdige stooten door A en B te zamen zouden gehad hebben.

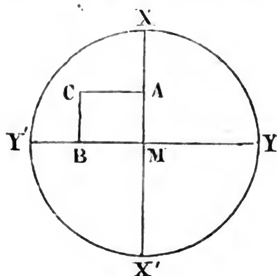


Fig. 16.

De eerste draaiing, door MA voorgesteld, valt dus te zamen met die, door de wrijving teweeggebracht, en is in denzelfden zin, dus positief, als A boven, — in tegengestelden zin, dus negatief, als A beneden — het middelpunt M ligt. Wat de draaiing om de verticale as XX′ aanbelangt, die door MB wordt voorgesteld, deze is van links naar rechts als B ter linkerzijde van M ligt: bevond B zich aan de rechterzijde van het middelpunt, dan

zoude de draaiing van rechts naar links plaats hebben. De plaats van het punt C, in zooverre daarvan de betrekkelijke ligging van de punten A en B ten opzichte van het middelpunt M afhangt, bepaalt dus de overeenkomstige draaiingen om de horizontale en verticale as.

Ligt C in de lijn XX′, zoo is BM en daarmede de draaiing om eene verticale as nul: men heeft het vroeger beschouwde geval terug. Is C daarentegen op YY′ gelegen, zoo heeft omgekeerd de stoot geene draaiing om de horizontale as, maar slechts eene om de verticale as ten gevolge. En evenzoo, als C tusschen de assen XX′ en YY′ ligt, zal de draaiing om eene verticale as toenemen, naarmate C zich aan de eene of andere zijde van XX′ verder van die lijn verwijdert: maar naar diezelfde mate neemt dan ook, bij gelijken afstand tot het punt M, de draaiing om eene horizontale as af. Deze draaiing neemt wederom toe, naarmate C zich in het algemeen verder van YY′ verwijdert; terwijl alsdan, wanneer de afstand tot het middelpunt dezelfde blijft, de draaiing om de verticale as al kleiner en kleiner wordt. In het algemeen zal de draaiing voor een stoot van gegeven kracht toenemen, naarmate C zich verder van het middelpunt verwijdert.

Dit moge genoeg zijn omtrent de verklaring van den invloed, dien een zijstoot op de draaiings-bewegingen van een bal uitoefent: wij kunnen nu in het algemeen wel nagaan, welke verschillende verschijnsels er moeten teweeggebracht worden, ten gevolge van de verschillende plaatsen van het punt C met betrekking tot de eindbaan van den handbal, wanneer deze den speelbal of den band heeft geschokt. Daartoe heeft men slechts de draaiing telkens naar het bovengezegde in twee andere draaiingen te ontbinden, waarvan die om de horizontale as hier wel

den meesten invloed uitoefent, en dus voornamelijk in aanmerking komt. Naarmate zij met de uitwerking van de wrijving in gelijken of tegengestelden zin valt, zal de handbal zich volgens parabolen bewegen, waarvan de bocht zal afhangen van de betrekkelijke kracht dier beide draaiingen. De nu nog plaats hebbende draaiing om de verticale as zal, om het zoo eens uit te drukken, eene verbetering aan die parabool aanbrengen, en wel in denzelfden zin als het punt B ten opzichte van M ligt. Werd de handbal b. v. in Figg. 9—13 links van het middelpunt geraakt, dan zullen alle daar beschreven parabolen iets naar de linkerhand afwijken.

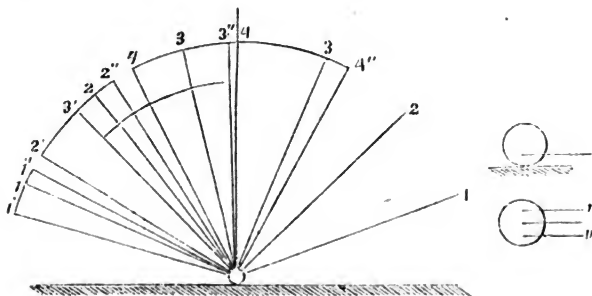


Fig. 17.

Wij willen ons hierbij echter niet ophouden, maar liever nu een paar voorbeelden geven van den schok van den handbal tegen den band, naarmate hij hoog of laag, en daarbij rechts of links, gestooten werd. In Fig. 17 is de handbal, zooals de nevenstaande figuur aanduidt, laag, in Fig. 18 daarentegen hoog geraakt. Bij iedere figuur

zijn vier richtingen beschouwd, langs welke de handbal den band schokt: eene daarvan (met 4 geteekend) is loodrecht op dien band: de andere zijn met 3, 2 en 1 aangeduid, naarmate zij $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{4}$ of $\frac{1}{4}$ van een rechten hoek

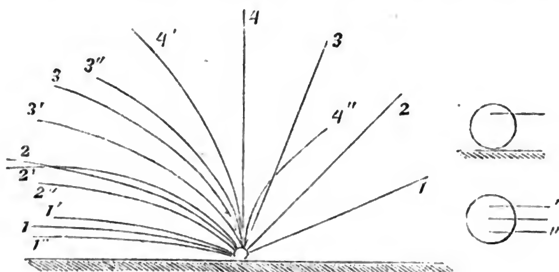


Fig. 18.

met dien band vormen. De invallende richtingen liggen alle rechts in de figuur: de teruggekaatste komen dus in de linkerhelft, en daarbij zijn zij met dezelfde nummers voorzien als de richtingen van inval, waartoe zij respectievelijk behooren. De uitwerking verder van een zijstoot ter rechterzijde van het middelpunt is met éen streepje aangeduid, terwijl twee streepjes beteekenen, dat de bal links is gestooten. De snelheid van den bal vóor den schok is 3 meters per seconde. De aandachtige beschouwing dezer figuren, voor twee bijzondere en genoegzaam verschillende gevallen, zal het boven gezegde kunnen bevestigen en zoo noodig verduidelijken. Slechts moge hierbij nog ter loops worden aangemerkt, dat er soms gevallen kunnen voorkomen, dat de parabool, door eenen zijstoot te weeggebracht, de oorspronkelijke parabool, — waarbij de stoot niet bezijden de loodrechte

middellijn, maar even hoog boven de tafel is aangebracht, — in haren loop snijdt. Hiervan diene tot voorbeeld Fig. 18, stoot 2; was de bal door een rechterzijstoot voortgestuwd, zoo beschrijft hij de parapool 2′, die wel, uit den bal gezien, eerst ter rechterzijde van de eerste afwijkt, maar deze naderhand wederom snijdt, om verder ter linkerzijde te blijven voortgaan.

Uit de theorie leeren wij verder omtrent de draaiing rondom eene verticale as, dat zij het sterkst is, wanneer de bal geraakt wordt op de helft van den straal, ter rechter- of linkerzijde van het middelpunt, naarmate de draaiing van rechts naar links of van links naar rechts moet wezen; voor een sterken stoot van 7 meters wordt alsdan de snelheid van den bal $5\frac{1}{5}$ meter, terwijl deze $3\frac{3}{5}$ meter bedraagt voor een gewonen stoot van 5 meters.

Gedurende den loop van den bal in eene kromme lijn zal het gedurig werken der wrijving ten gevolge hebben, dat de oorspronkelijke draaiing van den bal zich alzoo met die der wrijving samenstelt, dat de eindresultante eene draaiing wordt om eene as, die in het vlak ligt, dat loodrecht op de eindbeweging staat. In het algemeen zal de zijstoot de vermeerdering van het effect ten gevolge hebben, dat is van de beweging, die er na een tweeden schok overblijft.

Omtrent de kromme lijnen zelve merke men op, dat hare eerste gedeelten een gebogen vorm hebben, maar dat zij al spoedig onmerkbaar weinig van rechte lijnen zullen verschillen: van dat oogenblik af, dat dit plaats heeft, kan men spreken van eene eindrichting, alsof zij rechte lijnen geworden waren. Verder zal er bij de kromming dezer kromme lijnen in hare eerste gedeelten een maximum ontstaan, wanneer zoowel de hoek van de gemeenschappelijke raaklijn tusschen den handbal en den speel-

bal, alsook de afstand van het punt, waar de schok wordt aangebracht, tot de eindrichting het grootste wordt. Was de handbal bij den schok in zijn eindtoestand, dan is de kromme lijn van de beweging na den stoot eene grootste, wanneer hij den speelbal *snijdt*, dat is slechts even aanraakt; alsdan maakt de raaklijn van de kromme lijn, dat is de richting van het begin der kromlijnige beweging, met de oorspronkelijke richting een hoek van 33°, wanneer men een stoot van 7 meters onderstelt; en dan is ook de eindrichting van de loopbaan des handbals $\frac{1}{4}$ meter van het punt verwijderd, waar de schok heeft plaats gevonden. Was de handbal zoo laag mogelijk geraakt, zoo moet men, om de maximum kromme lijn te verkrijgen, den speelbal bijna geheel *vol* raken, dat is zoodanig, dat de verbindingslijn der middelpunten slechts weinig van de richting van den handbal vòor de botsing verschilt; alsdan is voor stooten van 7 en 5 meters het punt, waar de schok plaats grijpt, $\frac{9}{10}$ en $\frac{7}{10}$ meter respectievelijk van de eindrichting verwijderd.

Wij beschouwden hier slechts de uitwerking van alle horizontale stooten op den handbal voor en na de botsing tegen den speelbal en tegen den band, terwijl wij de beweging van dien speelbal steeds langs de rechte lijn zagen plaats vinden, die de middelpunten der ballen verbindt. Daaruit volgt dus van zelf, hoe men stooten moet om den speelbal eene bepaalde richting te geven, bijv. om dien te *maken*, dat is naar eene bepaalde plaats bij den band in eene opening te brengen, waarin hij dan verdwijnt; maar er is een ander spel, van vrij wat meer belangrijkheid, waarbij dan de handbal twee speelballen na elkander moet aanraken, het *caramboleeren*. Hier komt het er dus op aan, om den handbal na den schok

met den eersten speelbal zulk eene richting te geven, dat hij den tweeden raakt, somtijds na tusschentijds één of meermalen den band te hebben geraakt; en hiertoe dient voornamelijk het raken van den handbal in verschillende punten, waardoor deze dan ook na den schok met den eersten speelbal telkens een anderen loop verkrijgt.

Zijn nu in het algemeen de hier verklaarde beginselen genoegzaam om de verschillende uitgevoerde caramboles te verklaren, er is echter nog eene geheel andere soort van stooten, die weder verschillende uitkomsten oplevert, maar die dan ook alleen door geoefende spelers kan worden uitgevoerd, — die stooten namelijk, waarbij de keu niet meer horizontaal wordt gehouden, maar in eene meer of minder hellende richting wordt gebracht.

Hierbij doet zich weder een nieuw verschijnsel op, namelijk de schok tusschen de tafel en den bal, die onmiddellijk volgt op den schok tusschen den bal en de keu. Zoolang nu de richting der keu door het middelpunt van den bal gaat, heeft deze stoot slechts invloed op de snelheid der voortgaande en draaiende beweging. Maar zoodra de richting van den stoot niet meer door het middelpunt gaat, beschrijft de bal eene kromme lijn, — daar alsdan de wrijving niet meer in dezelfde richting werkt als die, waarin de bal voortgaat; zoodat hier de toestand van den bal na den stoot, in dit opzicht, eenige overeenkomst heeft met dien van een bal, die horizontaal is voortgestooten, en daarna tegen den speelbal of tegen den band eene botsing heeft ondergaan. De kromming dier kromme lijn, hier mede eene parabool, — en wel om dezelfde reden als boven, — zal hare bolle zijde vertoonen naar den kant, waar de hellende stoot is aangebracht; de bal zal dan rechts of links van de rechte lijn afwijken, naarmate hij links of rechts geraakt is. Om de eindrichting

te bepalen, heeft men slechts de richting der keu to aan de tafel te verlengen, en dit punt met het steunp van den bal te vereenigen, dan zal de eindrichting van bal aan deze lijn evenwijdig loopen.

Daaruit volgt dan ook, dat een aldus door eene hellen keu geraakte bal eindelijk zoude terugloopen, wanneer slechts het punt, waar de keu verlengd zijnde op de tafel zoude komen, dichter bij den speler was gelegen dan het steunpunt van den bal. In de practijk bestaat hierbij de groote zwarigheid, die er in gelegen is, om dadelijk na den schok alle gemeenschap tusschen keu en bal te doen ophouden. En dit is hier veel moeilijker dan vroeger; dáar toch was de snelheid van den bal grooter dan die van de keu, de bal ontliep als het ware de keu: hier daarentegen is in het algemeen de snelheid van den bal kleiner dan die van de keu, en moet derhalve de keu dadelijk na den schok snel worden teruggetrokken, wil men den bal niet in zijn loop terughouden, of althans verstoren. Slechts zeer goede spelers zijn dus tot deze stooten in staat. Dit was het groote kunststuk van Mingaud, die een handbal, zonder speelbal of band aan te raken, in het midden zijner beweging deed terugkeeren, stil liggen of een cirkel beschrijven. Hij bracht dit verschijnsel teweeg door den hellenden stoot, die eerst mogelijk is geworden, sedert hij de keu met eene pommerance voorzag.



